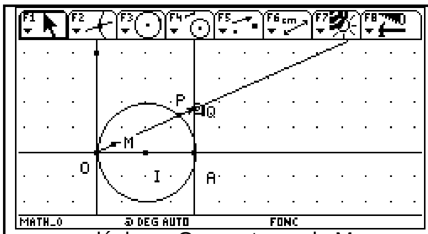
Calculatrice : un outil pour MONTRER :

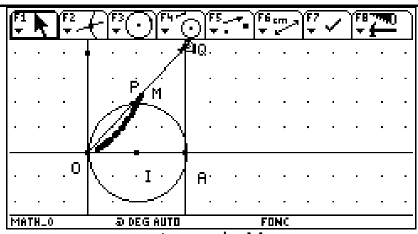
La cissoïde de de Dioclès, : le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ d'unité de longueur 5 cm. Soit I (½; 0) centre du cercle C(I, ½) de rayon ½ (Δ) la droite d'équation x=1, t un réel positif et (D_t) la droite d'équation y=tx.

(D_t) coupe (C) en P, et (Δ) en Q. On définit le point M par $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{PQ}$.
La cissoïde est le lieu, la courbe de niveau (Γ) du point M lorsque t décrit $[0;+\infty[$.

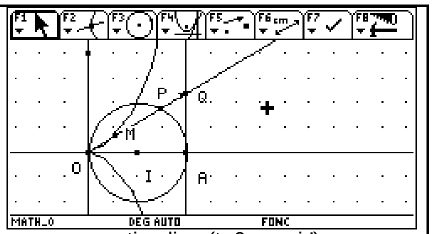
1. Construire quelques points, envisager le tracé de (Γ).



déplacer Q sans trace de M

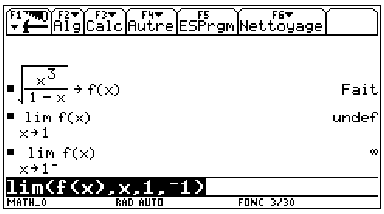


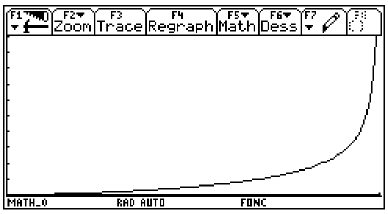
trace de M



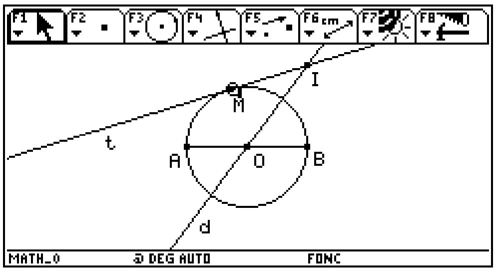
option lieu (t<0 aussi !)

2. Exprimer les coordonnées de M(x ; y) en fonction de t.
3. Montrer que les coordonnées de M vérifient $y=\sqrt{\dfrac{x^3}{1-x}}$ avec $0 \le x < 1$.
4. Soit f la fonction définie sur [0 ; 1[par $f(x)=\sqrt{\dfrac{x^3}{1-x}}$. Etudier cette fonction, en particulier sa dérivabilité en 0 et sa limite en 1.



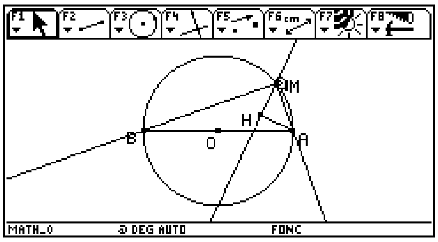


Petite courbe de niveau :

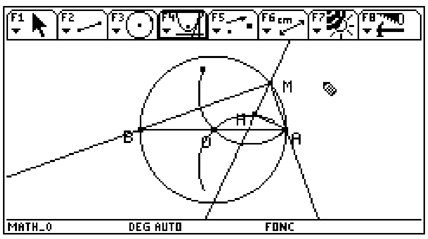


Soit (C) le cercle de centre O, [AB] un diamètre, M un point du cercle qui ne soit ni A ni B. Soit (T) la tangente en M à (C) (donc la perpendiculaire en M à (OM)), et (D) la parallèle à (AM) passant par O. Le point I est l'intersection de (D) et (T). Lieu de I quand M décrit (C).
Je ne donne pas l'image résultat, mais quand il m'est arrivé de présenter cette figure, j'essaye de donner l'impression qu'un beau grand cercle autour du petit va apparaître... Sachant que vous ne vous y laisseriez pas prendre, passer par **F4/A:lieu**.
Rappel : il s'agit de montrer, pas de démontrer...

Petite curiosité de courbe de niveau :

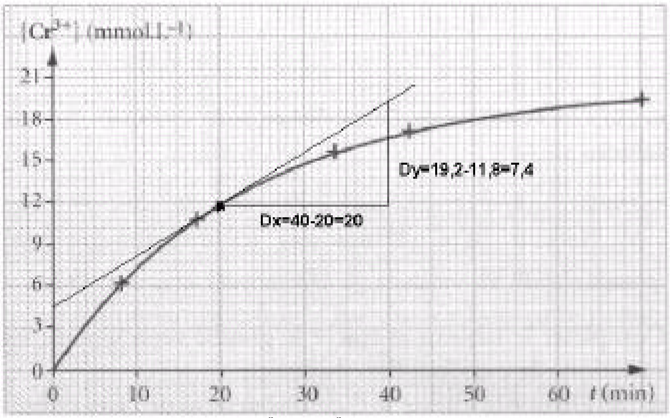


Soit (C) le cercle de centre O, [AB] un diamètre, M un point de l'arc $\overset{\frown}{AB}$ A et B exclus. Lieu géométrique de H projeté orthogonal de A sur la bissectrice de l'angle $\widehat{AMB}$.



Le résultat surprend (la recherche du lieu par Cabri-Géomètre ne peut se limiter au demi-cercle).
Bonne démonstration...

Un peu d'interdisciplinarité :



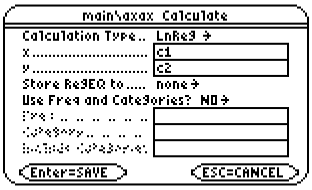
Chimie : exo n°3 cinétique BELIN. Questions : a) définir la vitesse instantanée des ions Cr_3^+ et b) déterminer graphiquement sa valeur à t=20 min.

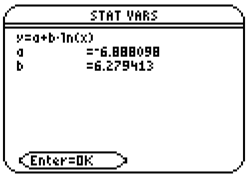
a) La formule... $v(_{Cr}) = \left(\frac{d\left[Cr_3^+\right]}{dt} \right)_t$

b) Graphiquement... en fonction de bien des choses, les résultats seront très 'environ'... sauf si le graphique est donnée sur une belle feuille bien grande et tout et tout.
Ici, (voir schéma) la pente de la tangente est de 7,4 / 20 = 3,4 mmol.L^{-1}.min^{-1}.

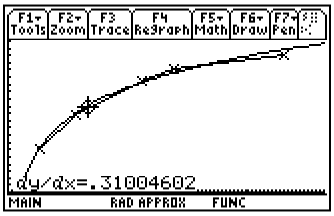
Que dit la calculatrice ?
Il faut commencer par bien calculer les coordonnées des points... (unités pas terribles, 5 petits carreaux pour 3 unités en y). Entrer les données dans l'éditeur stat.

DATA		
	c1	c2
1	8.	6.
2	17.	10.8
3	34.	15.6
4	42.	17.1
5	70.	19.2



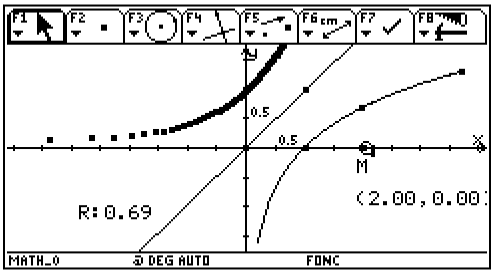


F2 pour le graphique (je montrerai en même temps que celui d'après).
Je passe en régression ln (ça monte de moins en moins). Elle me donne le a et b que je porte dans les y=.

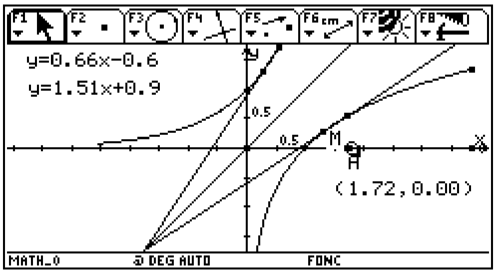


Les deux courbes se correspondent (presque presque), et $\boxed{\text{F5/6.nb dérivé}}$ me donne le nombre dérivé 0,31 pour une abscisse proche de 20.

Math le retour : l'introduction de la fonction exponentielle se fait souvent à partir de la fonction logarithme découverte et étudiée juste auparavant. L'utilisation d'une petite séquence (qu'il faut préparer !) permet en 5 à 10 minutes de montrer et dire 'des choses'.



Ci-contre, trace du symétrique (par la réflexion d'axe y=x) d'un point M se déplaçant sur la courbe ln(x).



Puis, construction de séquentes dont la position limite sera une tangente sur chacune des deux courbes, avec l'indication d'une équation réduite. Le rapport (1/0,66)=1,51 nous intéresse !